

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

**«УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АВИАЦИОННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Кафедра математики

АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ»

Уровень подготовки: высшее образование – бакалавриат

Направление подготовки бакалавров

01.03.04 Прикладная математика

(код и наименование направления подготовки)

Направленность подготовки

Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач

(наименование программы подготовки)

Квалификация (степень) выпускника

бакалавр

Форма обучения

очная

Уфа 2015

Исполнители:

профессор

должность


подпись

Водоньков В.В.

расшифровка подписи

Заведующий кафедрой
математики

подпись

расшифровка подписи

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Функциональный анализ» является дисциплиной *базовой* части ОПОП по направлению подготовки бакалавров 01.03.04 «Прикладная математика», направленность: «Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач».

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки бакалавров 01.03.04 Прикладная математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «12» марта 2015 г. № 208. Является неотъемлемой частью основной образовательной профессиональной программы (ОПОП).

Цели освоения дисциплины – освоение понятий теории меры Лебега, измеримых функций, интеграла Лебега, топологических и нормированных пространств, линейных операторов и их свойств.

Задачи: • Сформировать представления о теории меры Лебега, измеримых функциях, интеграле Лебега, топологических и нормированных пространствах, линейных операторах и их свойствах.

Перечень результатов обучения

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций. Планируемые результаты обучения по дисциплине:

№	Формируемые компетенции	Код	Знать	Уметь	Владеть
1	Способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат	ПК-9	- основные методы функционального анализа и их применение на практике;	- определять возможности применения теоретических положений и методов функционального анализа для постановки и решения конкретных прикладных задач.	
2	Готовность применять математический аппарат для решения поставленных задач, способность применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных результатов	ПК-10	- теоретические положения и методы функционального анализа, используемые при решении конкретных прикладных задач.		- навыками применения стандартных методов функционального анализа к решению прикладных задач.
3	Способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук	ПК-12		- использовать методы функционального анализа в профессиональной деятельности;	

Содержание разделов дисциплины

№	Наименование	Содержание раздела
1	Метрические пространства.	<p>Метрическое пространство. Понятие сходимости в метрическом пространстве. Замыкание в метрическом пространстве. Примеры метрических пространств: евклидово пространство, пространство непрерывных функций $C[0,1]$, пространство ограниченных последовательностей, пространство сходящихся последовательностей, пространство ограниченных измеримых функции, пространства L_p и l_p. Полные метрические пространства. Полнота пространств $C[0,1]$, m. Пополнение метрического пространства. Критерий полноты с помощью системы вложенных шаров. Нигде не плотные множества. Множества 1 и 2 категории по Бэру. Теорема Бэра о полном метрическом пространстве. Принцип сжимающих отображений и его применение (теорема Пикара). Сепарабельные пространства и сепарабельность и несепарабельность конкретных пространств. Сепарабельность пространства $C[0,1]$. Понятие компактного множества в метрическом пространстве. Теорема Хаусдорфа о конечной ε-сети у компактного множества. Критерий компактности в терминах открытого покрытия. Теорема Асколи-Арцела (критерий компактности в $C[0,1]$). Критерий компактности в пространстве l_p.</p>
2	Нормированные пространства.	<p>Нормированное пространство. Норма, сходящиеся последовательности и их свойства. Неравенства Гельдера и Минковского. Примеры нормированных пространств: l_p, m, L_p, $C[0,1]$. Эквивалентные нормы в нормированном пространстве. Эквивалентность норм в конечномерном пространстве. Лемма Рисса о почти перпендикуляре. Банаховы пространства. Ряды в нормированных пространствах и критерий полноты. Скалярное произведение, норма. Примеры пространств со скалярным произведением. Свойства скалярного произведения: непрерывность и равенство параллелограмма. Гильбертово пространство. Существование элемента наилучшего приближения выпуклым множеством и подпространством. Ортогональное дополнение. Ряд Фурье по ортогональной системе. Отрезок ряда Фурье и его свойства. Неравенство Бесселя и полнота ортогональной системы. Существование ортогонального базиса в сепарабельном гильбертовом пространстве. Изоморфизм гильбертовых пространств.</p>
3	Теория меры и интеграл Лебега.	<p>Множества и операции над ними. Полукольцо. Примеры полуколец. Кольцо. Кольцо, порожденное системой множеств. Минимальное кольцо, порожденное полукольцом и его описание, σ-кольцо и σ-алгебра. Конечно аддитивная и σ-аддитивная мера. Простейшие свойства (конечная полуаддитивность, монотонность, счетная монотонность). Пример меры на прямой. Продолжение меры с полукольца на кольцо, сохранение счетной аддитивности при этом продолжении. Внешние меры Лебега. Алгебры измеримых по Лебегу множеств. Аддитивность внешней меры на измеримых множествах, σ-алгебра измеримых по Лебегу множеств, σ-аддитивность меры Лебега,</p>

		<p>σ-конечная и полная мера. Непрерывная мера, эквивалентность непрерывности и σ-аддитивности меры. Измеримая функция. Измеримость различных множеств, порождаемой измеримой функцией. Сохранение измеримости при арифметических операциях над измеримыми функциями. Измеримость точных граней последовательности измеримых функций и верхнего и нижнего пределов. Сходимость по мере. Единственность предела по мере. Арифметические свойства предела по мере. Суперпозиция непрерывной функции и предел по мере последовательности функций. Критерий сходимости по мере: фундаментальность по мере. Сходимость п.в. Неэквивалентность сходимости п.в. и по мере. Критерий сходимости п.в. на множествах конечной меры и вытекание сходимости по мере из сходимости п.в. Теорема Рисса (о существовании подпоследовательности сходящейся п.в.). Простые функции. Равномерная аппроксимация простыми функциями. Определение интеграла Лебега для простых функций. Интеграл Лебега для неотрицательной и произвольной функции, совпадение на классе простых. Элементарные свойства интеграла Лебега: интегрируемость ограниченной, интегрируемость на нуль-множестве, п.в. конечность функции, оценка интеграла, аддитивность по множествам, интегрируемость модуля, обращение п.в. в нуль функции с равным нулю интегралом. Счетная аддитивность интеграла и абсолютная непрерывность. Переход к пределу под интегралом для монотонной неотрицательной последовательности функций (теорема Беппо-Леви). Линейность интеграла. Теорема Фату о предельном переходе. Теорема Лебега о мажорантной сходимости. Заряд. Положительные и отрицательные множества. Разложение Хана. Единственность разложения с точностью до нуль-множеств. Разложение Жордана. Абсолютно непрерывная мера. Теорема Радона-Никодима. Произведение мер. σ-аддитивность произведения мер. Теоремы Фуббини для срезов и в общем случае.</p>
4	<p>Линейные операторы и функционалы.</p>	<p>Линейные операторы. Достаточность непрерывности в точке для непрерывности всюду для линейного оператора. Ограниченность и непрерывность. Норма линейного оператора. Пространство линейных ограниченных операторов и его полнота. Равномерная и сильная сходимость в этом пространстве. Принцип равномерной ограниченности и теорема Банаха-Штейнгауса. Продолжение линейного оператора с подпространства на более широкое пространство по непрерывности. Обратный оператор и ядро оператора. Непрерывная обратимость. Обратимость операторов I-A. График оператора. Замкнутый оператор. Критерий замкнутости. Замкнутость непрерывного оператора. Теорема Банаха о замкнутом графике. Теорема Хана-Банаха. Следствия из теоремы Хана-Банаха. Сопряженное пространство. Норма в сопряженном пространстве. Понятие рефлексивности. Пространство, сопряженное к пространству</p>

	s_0, l_p . Пространство, сопряженное в пространстве L_p . Теорема Рисса-Фишера об общем виде линейного функционала над гильбертовым пространством. Сопряженный оператор. Условия существования сопряженного оператора. Сопряженный оператор к ограниченному оператору и его норма. Самосопряженный оператор. Вполне непрерывные операторы и замкнутость их подпространства. Теорема Шаудера о полной непрерывности сопряженного оператора.
--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Подробное содержание дисциплины, структура учебных занятий, трудоемкость изучения дисциплины, входные и исходящие компетенции, уровень освоения, определяемый этапом формирования компетенций, учебно-методическое, информационное, материально-техническое обеспечение учебного процесса изложены в рабочей программе дисциплины.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Научно-методического совета по УГСН 01.00.00 «Математика и механика»

Настоящим подтверждаю, что представленный комплект аннотаций рабочих программ учебных дисциплин по направлению подготовки бакалавров 01.03.04 «Прикладная математика» по профилю «Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач», реализуемой по очной форме обучения соответствует рабочим программам учебных дисциплин указанной выше образовательной программы.

Председатель НМС



В.В. Водопьянов

« 01 » 07 2015 г.